

**Тренировочная работа №4 по МАТЕМАТИКЕ****9 класс**

10 марта 2021 года

Вариант МА2090701

Выполнена: ФИО \_\_\_\_\_ класс \_\_\_\_\_

**Инструкция по выполнению работы**

Работа состоит из двух частей, включающих в себя 25 заданий. Часть 1 содержит 19 заданий, часть 2 содержит 6 заданий с развёрнутым ответом.

На выполнение работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 7 и 13 запишите в виде одной цифры, которая соответствует номеру правильного ответа.

Для остальных заданий части 1 ответом является число или последовательность цифр. Если получилась обыкновенная дробь, ответ запишите в виде десятичной.

Решения заданий части 2 и ответы к ним запишите на отдельном листе бумаги. Задания можно выполнять в любом порядке. Текст задания переписывать не надо, необходимо только указать его номер.

Сначала выполняйте задания части 1. Начать советуем с тех заданий, которые вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим заданиям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

При выполнении части 1 все необходимые вычисления, преобразования выполняйте в черновике. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Если задание содержит рисунок, то на нём непосредственно в тексте работы можно выполнять необходимые Вам построения. Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа.

При выполнении работы Вы можете воспользоваться справочными материалами, выданными вместе с вариантом КИМ, и линейкой.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание был записан под правильным номером.

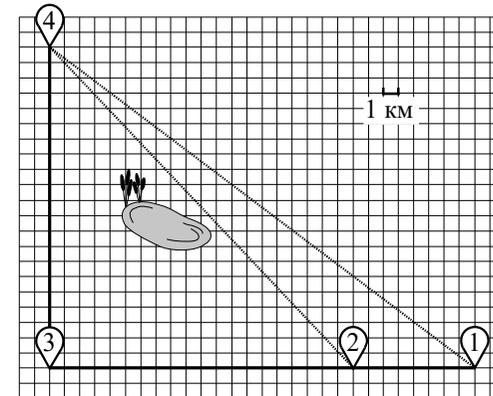
*Желаем успеха!***Часть 1**

**Ответами к заданиям 1–19 являются число или последовательность цифр.**

**Прочитайте внимательно текст и выполните задания 1–5.**

Ваня летом отдыхает у бабушки в деревне Дивной. В пятницу они собираются съездить на велосипедах в село Ольгино в библиотеку. Из деревни Дивной в село Ольгино можно проехать по прямой лесной дорожке. Есть более длинный путь: по прямолинейному шоссе через деревню Калиновку до села Ровного, где нужно повернуть под прямым углом направо на другое шоссе, ведущее в село Ольгино. Есть и третий маршрут: в деревне Калиновке можно свернуть на прямую тропинку в село Ольгино, которая идёт мимо пруда.

Лесная дорожка и тропинка образуют с шоссе прямоугольные треугольники.



По шоссе Ваня с бабушкой едут со скоростью 15 км/ч, а по лесной дорожке и тропинке — со скоростью 10 км/ч. На плане изображено взаимное расположение населённых пунктов, длина стороны каждой клетки равна 1 км.

**1**

Пользуясь описанием, определите, какими цифрами на плане обозначены населённые пункты.

Заполните таблицу, в бланк ответов перенесите последовательность трёх цифр без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Насел. пункты	д. Калиновка	с. Ровное	с. Ольгино
Цифры			

- 2 Скольким километрам проедут Ваня с дедушкой от деревни Дивной до села Ольгино, если они поедут по шоссе через село Ровное?

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 3 Скольким минут затратят на дорогу из деревни Дивной в село Ольгино Ваня с дедушкой, если они поедут через село Ровное?

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 4 Скольким минут затратят на дорогу из деревни Дивной в село Ольгино Ваня с дедушкой, если они поедут сначала по шоссе, а затем свернут в Калиновке на прямую тропинку, которая проходит мимо пруда?

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 5 В таблице указана стоимость (в рублях) некоторых продуктов в четырёх магазинах, расположенных в селе Ольгино, деревне Дивной, селе Ровном и деревне Калиновке.

Наименование продукта	с. Ольгино	д. Дивная	с. Ровное	д. Калиновка
Молоко (1 л)	35	32	38	36
Хлеб (1 батон)	25	22	19	20
Сыр «Российский» (1 кг)	230	270	250	300
Говядина (1 кг)	370	420	380	350
Картофель (1 кг)	17	18	19	22

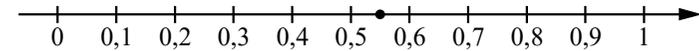
Ваня с дедушкой хотят купить батон хлеба, 2 кг говядины и 3 кг картофеля. В каком магазине такой набор продуктов будет стоить дешевле всего? В ответе запишите стоимость данного набора в этом магазине.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 6 Найдите значение выражения  $(16 \cdot 10^{-2})^2 \cdot (13 \cdot 10^4)$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 7 Одно из чисел  $\frac{5}{9}$ ;  $\frac{11}{9}$ ;  $\frac{13}{9}$ ;  $\frac{14}{9}$  отмечено на прямой точкой.



Какое это число?

- 1)  $\frac{5}{9}$                       2)  $\frac{11}{9}$                       3)  $\frac{13}{9}$                       4)  $\frac{14}{9}$

Ответ:

- 8 Найдите значение выражения  $\frac{\sqrt{25a^5} \cdot \sqrt{36b^6}}{\sqrt{a^5b^4}}$  при  $a=4$  и  $b=9$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 9 Найдите корень уравнения  $-5 + 2x = -2x - 3$ .

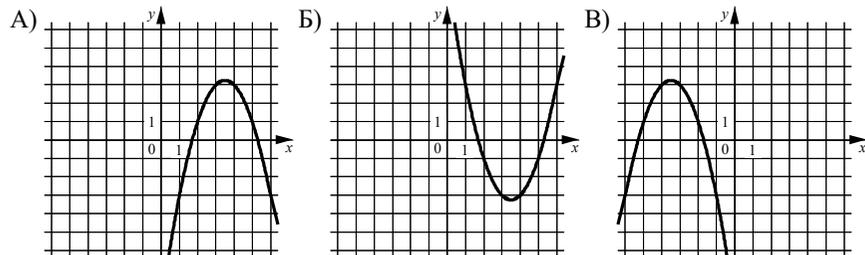
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 10 В фирме такси в данный момент свободно 30 машин: 1 чёрная, 9 жёлтых и 20 зелёных. По вызову выехала одна из машин, случайно оказавшаяся ближе всего к заказчику. Найдите вероятность того, что к нему приедет жёлтое такси.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**11** Установите соответствие между графиками функций и формулами, которые их задают.

ГРАФИКИ



ФОРМУЛЫ

- 1)  $y = x^2 - 7x + 9$       2)  $y = -x^2 - 7x - 9$       3)  $y = -x^2 + 7x - 9$

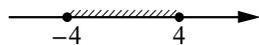
Ответ:

А	Б	В

**12** Центробежное ускорение при движении по окружности (в  $\text{м/с}^2$ ) вычисляется по формуле  $a = \omega^2 R$ , где  $\omega$  — угловая скорость (в  $\text{с}^{-1}$ ),  $R$  — радиус окружности (в метрах). Пользуясь этой формулой, найдите радиус  $R$ , если угловая скорость равна  $4 \text{ с}^{-1}$ , а центробежное ускорение равно  $64 \text{ м/с}^2$ . Ответ дайте в метрах.

Ответ: \_\_\_\_\_.

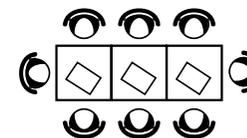
**13** Укажите неравенство, решение которого изображено на рисунке.



- 1)  $x^2 + 16 \geq 0$       2)  $x^2 - 16 \leq 0$       3)  $x^2 + 16 \leq 0$       4)  $x^2 - 16 \geq 0$

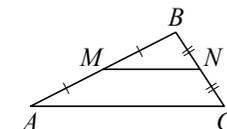
Ответ:

**14** В кафе есть только квадратные столики, за каждый из которых могут сесть 4 человека. Если сдвинуть два квадратных столика, то получится стол, за который могут сесть 6 человек. На рисунке изображён случай, когда сдвинули 3 квадратных столика вдоль одной линии. В этом случае получился стол, за который могут сесть 8 человек. Сколько человек может сесть за стол, который получится, если сдвинуть 18 квадратных столиков вдоль одной линии?



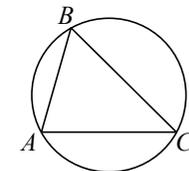
Ответ: \_\_\_\_\_.

**15** Точки  $M$  и  $N$  являются серединами сторон  $AB$  и  $BC$  треугольника  $ABC$ , сторона  $AB$  равна 83, сторона  $BC$  равна 62, сторона  $AC$  равна 104. Найдите  $MN$ .



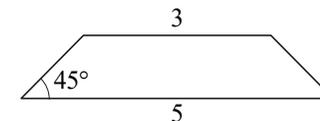
Ответ: \_\_\_\_\_.

**16** В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  равен  $45^\circ$ ,  $AB = 8\sqrt{2}$ . Найдите радиус окружности, описанной около этого треугольника.



Ответ: \_\_\_\_\_.

**17** В равнобедренной трапеции основания равны 3 и 5, а один из углов между боковой стороной и основанием равен  $45^\circ$ . Найдите площадь этой трапеции.



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 18 На клетчатой бумаге с размером клетки  $1 \times 1$  изображён прямоугольный треугольник. Найдите длину его большего катета.



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 19 Какое из следующих утверждений верно?

- 1) Все квадраты имеют равные площади.
- 2) Точка пересечения двух окружностей равноудалена от центров этих окружностей.
- 3) В остроугольном треугольнике все углы острые.

В ответе запишите номер выбранного утверждения.

Ответ:

### Часть 2

При выполнении заданий 20–25 используйте отдельный лист бумаги. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво.

20 Решите уравнение  $x^2 - 2x + \sqrt{2-x} = \sqrt{2-x} + 3$ .

- 21 Имеются два сосуда, содержащие 30 кг и 42 кг раствора кислоты различной концентрации. Если их слить вместе, то получится раствор, содержащий 40 % кислоты. Если же слить равные массы этих растворов, то полученный раствор будет содержать 37 % кислоты. Сколько процентов кислоты содержится во втором растворе?

- 22 Постройте график функции

$$y = \begin{cases} x^2 - 8x + 14 & \text{при } x \geq 3, \\ x - 2 & \text{при } x < 3. \end{cases}$$

Определите, при каких значениях  $m$  прямая  $y = m$  имеет с графиком ровно две общие точки.

- 23 Отрезки  $AB$  и  $CD$  являются хордами окружности. Найдите расстояние от центра окружности до хорды  $CD$ , если  $AB = 36$ ,  $CD = 48$ , а расстояние от центра окружности до хорды  $AB$  равно 24.

- 24 Окружности с центрами в точках  $I$  и  $J$  пересекаются в точках  $A$  и  $B$ , причём точки  $I$  и  $J$  лежат по одну сторону от прямой  $AB$ . Докажите, что прямые  $AB$  и  $IJ$  перпендикулярны.

- 25 Точки  $M$  и  $N$  лежат на стороне  $AC$  треугольника  $ABC$  на расстояниях соответственно 24 и 42 от вершины  $A$ . Найдите радиус окружности, проходящей через точки  $M$  и  $N$  и касающейся луча  $AB$ , если  $\cos \angle BAC = \frac{\sqrt{7}}{4}$ .

**Ответы на тренировочные варианты 2090701-2090704 (ОГЭ) от 10.03.2021**

	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>	<b>10</b>	<b>11</b>	<b>12</b>	<b>13</b>	<b>14</b>	<b>15</b>	<b>16</b>	<b>17</b>	<b>18</b>	<b>19</b>
<b>2090701</b>	234	49	196	206	786	3328	1	270	0,5	0,3	312	4	2	38	52	8	4	6	3
<b>2090702</b>	431	56	168	170	433	78400	1	320	- 0,6	0,25	123	6	3	40	37	18	8	8	3
<b>2090703</b>	234	42	168	162	957	34560	3	84	- 1,2	0,15	312	5	1	44	31	6	12	8	1
<b>2090704</b>	413	63	151,2	158,8	3240	50400	4	384	- 0,4	0,3	321	9	1	50	25	14	10	10	2

**Видео разбор заданий 20-25 варианта 2090701**

<b>20</b>	
<b>21</b>	
<b>22</b>	
<b>23</b>	
<b>24</b>	
<b>25</b>	

**Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом**

**20**

Решите уравнение  $x^2 - 2x + \sqrt{2-x} = \sqrt{2-x} + 3$ .

Решение.

При  $x \leq 2$  исходное уравнение приводится к виду

$$x^2 - 2x - 3 = 0,$$

откуда следует, что  $x = -1$  или  $x = 3$ . Условию  $x \leq 2$  удовлетворяет только решение  $x = -1$ .

Ответ:  $-1$ .

Баллы	Содержание критерия
2	Обоснованно получен верный ответ
1	Решение доведено до конца, но допущена ошибка вычислительного характера, с её учётом дальнейшие шаги выполнены верно
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	<i>Максимальный балл</i>

**21**

Имеются два сосуда, содержащие 30 кг и 42 кг раствора кислоты различной концентрации. Если их слить вместе, то получится раствор, содержащий 40 % кислоты. Если же слить равные массы этих растворов, то полученный раствор будет содержать 37 % кислоты. Сколько процентов кислоты содержится во втором растворе?

Решение.

Пусть концентрация кислоты в первом сосуде равна  $c_1$  %, а во втором —  $c_2$  %.

Получаем систему уравнений:

$$\begin{cases} \frac{30c_1 + 42c_2}{72} = 40, \\ c_1 + c_2 = 37; \end{cases} \quad \begin{cases} 30c_1 + 42c_2 = 2880, \\ c_1 + c_2 = 74, \end{cases}$$

откуда следует, что  $c_1 = 19$ ,  $c_2 = 55$ .

Ответ: 55 %.

Баллы	Содержание критерия
2	Обоснованно получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена ошибка вычислительного характера
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	<i>Максимальный балл</i>

**22**

Постройте график функции

$$y = \begin{cases} x^2 - 8x + 14 & \text{при } x \geq 3, \\ x - 2 & \text{при } x < 3. \end{cases}$$

Определите, при каких значениях  $m$  прямая  $y = m$  имеет с графиком ровно две общие точки.

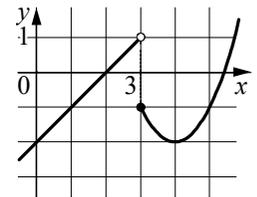
Решение.

Построим график функции  $y = x - 2$  при  $x < 3$

и график функции  $y = x^2 - 8x + 14$  при  $x \geq 3$ .

Прямая  $y = m$  имеет с графиком ровно две общие точки при  $m = -2$  или  $-1 < m < 1$ .

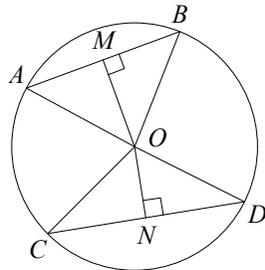
Ответ:  $m = -2$ ;  $-1 < m < 1$ .



Баллы	Содержание критерия
2	График построен верно, верно найдены искомые значения параметра
1	График построен верно, но искомые значения параметра найдены неверно или не найдены
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	<i>Максимальный балл</i>

- 23** Отрезки  $AB$  и  $CD$  являются хордами окружности. Найдите расстояние от центра окружности до хорды  $CD$ , если  $AB = 36$ ,  $CD = 48$ , а расстояние от центра окружности до хорды  $AB$  равно 24.

Решение.



Пусть  $O$  — центр окружности, и пусть  $OM = 24$  и  $ON$  — перпендикуляры к хордам  $AB$  и  $CD$  соответственно. Треугольники  $AOB$  и  $COB$  равнобедренные, значит,  $AM = MB$  и  $CN = ND$ .

Тогда в прямоугольном треугольнике  $MOB$  имеем

$$OB = \sqrt{OM^2 + \left(\frac{AB}{2}\right)^2} = 30.$$

В прямоугольном треугольнике  $CON$  имеем  $CO = OB = 30$ , значит,

$$ON = \sqrt{OC^2 - \left(\frac{CD}{2}\right)^2} = 18.$$

Ответ: 18.

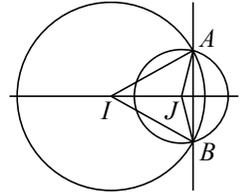
Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но даны неполные объяснения или допущена одна вычислительная ошибка
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	<i>Максимальный балл</i>

- 24** Окружности с центрами в точках  $I$  и  $J$  пересекаются в точках  $A$  и  $B$ , причём точки  $I$  и  $J$  лежат по одну сторону от прямой  $AB$ . Докажите, что прямые  $AB$  и  $IJ$  перпендикулярны.

Доказательство.

Точка  $I$  равноудалена от точек  $A$  и  $B$ , поэтому эта точка лежит на серединном перпендикуляре к отрезку  $AB$ . Аналогично точка  $J$  лежит на серединном перпендикуляре к отрезку  $AB$ . Значит, прямая, содержащая точки  $I$  и  $J$ , является серединным перпендикуляром к отрезку  $AB$ .

Следовательно, прямые  $IJ$  и  $AB$  перпендикулярны.

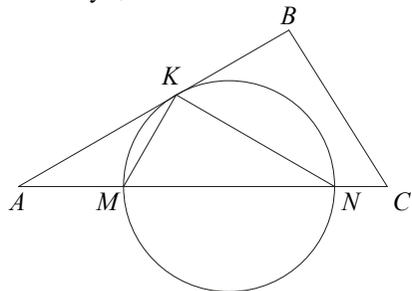


Баллы	Содержание критерия
2	Доказательство верное, все шаги обоснованы
1	Доказательство в целом верное, но содержит неточности
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	<i>Максимальный балл</i>

**25** Точки  $M$  и  $N$  лежат на стороне  $AC$  треугольника  $ABC$  на расстояниях соответственно 24 и 42 от вершины  $A$ . Найдите радиус окружности, проходящей через точки  $M$  и  $N$  и касающейся луча  $AB$ , если  $\cos \angle BAC = \frac{\sqrt{7}}{4}$ .

Решение.

Пусть  $K$  — точка касания окружности с лучом  $AB$  (см. рисунок). По теореме о касательной и секущей  $AK^2 = AM \cdot AN = 24 \cdot 42 = 1008$ .



По теореме косинусов

$$KM^2 = AM^2 + AK^2 - 2AM \cdot AK \cos \angle BAC = 576 + 1008 - 2 \cdot 24 \cdot \sqrt{1008} \cdot \frac{\sqrt{7}}{4} = 576.$$

Значит,  $KM = 24$ .

Треугольник  $AKM$  равнобедренный, поэтому  $\angle AKM = \angle KAM = \angle BAC$ .

По теореме об угле между касательной и хордой  $\angle KNM = \angle AKM = \angle BAC$ .

Пусть  $R$  — радиус окружности, проходящей через точки  $M$ ,  $N$  и  $K$ .

По теореме синусов

$$R = \frac{KM}{2 \sin \angle KNM} = \frac{24}{2 \sqrt{1 - \frac{7}{16}}} = 16.$$

Ответ: 16.

Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения задачи верный, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена ошибка вычислительного характера
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	<i>Максимальный балл</i>